

**Exercice III-4 : Spectre d'émission d'ions hydrogénoïdes****Énoncé**

On observe dans le spectre de l'ion  $4\text{Be}^{3+}$  une raie lorsque cet ion passe d'un état de nombre quantique principal  $n = 7$  à un état de nombre quantique principal  $n = 3$ .

- 1- A quel phénomène correspond cette transition ?
- 2- Donner la dégénérescence du niveau  $n = 3$  ainsi que l'ensemble des valeurs des différents nombres quantiques décrivant les fonctions d'ondes correspondant à ce niveau.
- 3- Calculer les valeurs de  $1/\lambda$  (en  $\text{cm}^{-1}$ ) et  $\lambda$  (en nm) correspondant à cette raie.
- 4- Comparer celles-ci à celles calculées pour la même transition dans le cas de  $^1\text{H}$ .
- 5- Lors de l'arrachement de l'électron de l'ion  $4\text{Be}^{3+}$  au moyen d'un laser de fréquence  $\nu$ , on mesure la vitesse  $V$  de l'électron éjecté. Pour réaliser cette ionisation, l'ion  $4\text{Be}^{3+}$  absorbe simultanément  $N$  photons.
  - a- Donner en fonction de  $\nu$ ,  $N$  et  $V$ , la relation littérale exprimant le nombre quantique principal de l'état dans lequel se trouvait  $4\text{Be}^{3+}$  avant l'ionisation.
  - b- Application numérique :  $\nu = 8,392 \times 10^{14} \text{ Hz}$  ;  $N = 3$  ;  $V = 780\,934,3 \text{ ms}^{-1}$

**Correction :**

1- Il s'agit du phénomène d'émission : l'ion hydrogénéoïde  $4\text{Be}^{3+}$  a été excité (par une décharge électrique d'un condensateur par exemple). Il est sur un niveau d'énergie de nombre quantique principal,  $n = 7$ . Lorsque l'excitation cesse, il « retombe » sur des niveaux plus bas en énergie, toujours quantifiés. Par conservation de l'énergie, l'écart énergétique entre 2 niveaux est égal à l'énergie du photon émis.

2-  $n = 3$ , la dégénérescence est de  $9 (n^2)$  :

soit les fonctions d'onde 3s (1 fonction,  $m = 0$ ) ;

3p(3 fonctions,  $m = -1, 0, 1$ )

et 3d (5 fonctions,  $m = -2, -1, 0, 1, 2$ ).

3- L'énergie du photon émis vaut donc d'après la formule de Ritz :

$$h\nu = -E_7 - E_3 = -R_{\text{Ry}} \cdot Z_{\text{Be}}^2 \left( \frac{1}{7^2} - \frac{1}{3^2} \right) \text{ avec } Z_{\text{Be}} = 4.$$

De  $\lambda = \frac{c}{\nu}$ , on trouve  $\lambda = 63,06 \text{ nm}$  et  $1/\lambda = 1,58 \cdot 10^5 \text{ cm}^{-1}$ .

4- On en déduit la relation entre les nombres d'onde de  $4\text{Be}^{3+}$  et de H :

$$1/\lambda (4\text{Be}^{3+}) = Z_{\text{Be}}^2 \cdot 1/\lambda (\text{H}) ;$$

$$1/\lambda (\text{H}) = 9,9106 \cdot 10^3 \text{ cm}^{-1} \text{ soit } \lambda = 1009,02 \text{ nm}.$$

5-a- L'énergie des N photons est égale à l'énergie d'ionisation + l'énergie cinétique de l'électron éjecté :

$$N h \nu = \frac{1}{2} m v^2 + E_{\text{ionisation}}$$

$$\text{avec } E_{\text{ionisation}} = -R_{\text{Ry}} \cdot \frac{Z_{\text{Be}}^2}{n} ;$$

$$\text{soit } n = \left[ \frac{R_{\text{Ry}} \cdot Z_{\text{Be}}^2}{N h \nu - \frac{1}{2} m v^2} \right]^{1/2}$$

5-b- Application numérique :  $n = 5$  (dégénérescence de 25).